CALCOLO NUMERICO (6 CFU)

Docente: Paolo GHELARDONI

Programma di massima:

ANALISI DELL'ERRORE: Rappresentazione in base dei numeri reali. Numeri di macchina. Troncamento e Arrotondamento. Errori di rappresentazione. Operazioni con i numeri di macchina. Cancellazione numerica. Condizionamento di un problema. Stabilità di un algoritmo.

RICHIAMI di ALGEBRA LINEARE: Autovalori ed autovettori. Trasformazione di matrici per similitudine. Localizzazione degli autovalori: teoremi di Gerschgorin. Norme di vettori e di matrici.

SISTEMI LINEARI: Condizionamento del problema. Metodi diretti: metodo di Gauss; strategia del pivoting; fattorizzazioni LU e QR. Metodi iterativi: costruzione dei metodi; condizioni di convergenza; criteri di arresto. Metodi iterativi classici: Jacobi e Gauss-Seidel.

EQUAZIONI NON LINEARI: Convergenza e ordine di convergenza di una successione. Metodo di bisezione. Metodo delle secanti. Metodo di Newton. Metodi iterativi stazionari ad un punto: teorema di convergenza locale; ordine di convergenza. Criteri di arresto.

AUTOVALORI: Metodo delle potenze. Metodo di Givens. Matrici di Hessenberg. Metodo QR per il calcolo di autovalori.

INTERPOLAZIONE ED APPROSSIMAZIONE: Interpolazione polinomiale: esistenza ed unicità del polinomio interpolante. Formula di Lagrange. Differenze divise e polinomio interpolante nella base di Newton. Errore nella interpolazione polinomiale. Interpolazione di Hermite. Errore nella interpolazione di Hermite. Interpolazione mediante funzioni spline. Metodo dei minimi quadrati nel discreto.

INTEGRAZIONE NUMERICA: Formule di quadratura di tipo interpolatorio. Errore e grado di precisione. Formule di Newton-Cotes. Formule di Newton-Cotes generalizzate. Formule gaussiane (cenni).

Testi di riferimento:

Dispense del docente (indirizzo internet: http://users.dma.unipi.it/ghelardoni)

Bini-Capovani-Menchi: Metodi Numerici per l'Algebra Lineare, Zanichelli, Bologna, 1988

Bevilacqua-Bini-Capovani-Menchi: Metodi Numerici, Zanichelli, Bologna, 1992

Modalità di svolgimento degli esami: Test (60 minuti) e prova orale.


master
COPY
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

- RAPPRESENTAZIONE DEI NUMERI
- ERRORE
- NORME
- HIRSH E GERSHGORIN

master COPY COPISTERIA
050/8312126 388/9837745


master
COPY
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

Rappresentazione in base dei reali

$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\beta \in \mathbb{N}, \beta > 1$

$\alpha_i \in \mathbb{N}, 0 \leq \alpha_i \leq \beta - 1 \quad i = 1, 2, 3 \ldots$

$b \in \mathbb{Z}$

$$x = \text{sign}(x)\, \beta^{b} \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \beta^{-i}$$

- b: esponente
- β: base
- $\text{sign}(x)$: $= 1$ se $x > 0$, $= -1$ se $x < 0$
- $\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \beta^{-i}$: cifre della rappresentazione

rappresentazione in base β di x

$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \beta^{-i}$ → MANTISSA

esempio:

$\beta = 10 \quad x = 1{,}23$

→ $0{,}123 \cdot 10^{1}$

→ $0,0123 \cdot 10^{2}$

} rappresentazioni non andrebbe bene

unicità della rappresentazione, 2 condizioni:

1) $\alpha_1 \neq 0$

2) $\nexists\, k \in \mathbb{N} : \alpha_i = \beta - 1 \quad \forall i > k$

↓

non si vuole periodico di periodo $\beta - 1$

$1{,}2\overline{9}$ → periodico di periodo $\beta - 1$ se considero $\beta = 10$